第 13 回 QUEST 研究会
九州大学応用力学研究所
2017/02/09

QUEST プラズマにおける 波動加熱と統合モデリング

福山　淳

京都大学大学院工学研究科

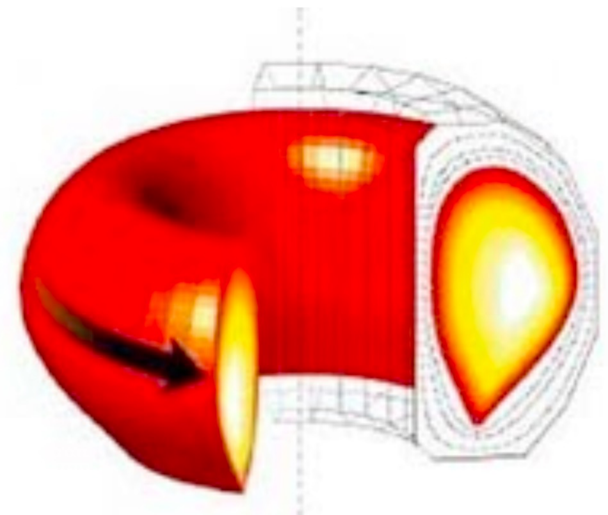
1. トカマクプラズマ統合コード TASK
2. 輸送シミュレーション (TR, TX)
3. 電子サイクロトロン波の伝播（WM）
3. 電子バーンシュタイン波へのモード変換（W1）
5. まとめ

炉心プラズマの統合シミュレーション

目的

- 物理現象の解明
- 運転シナリオの開発
- 将来装置の性能予測

- TOPICS (QST)
- TASK (Kyoto U)
- TASK3D (NIFS, Kyoto U)
- TOTAL (Nagoya U)



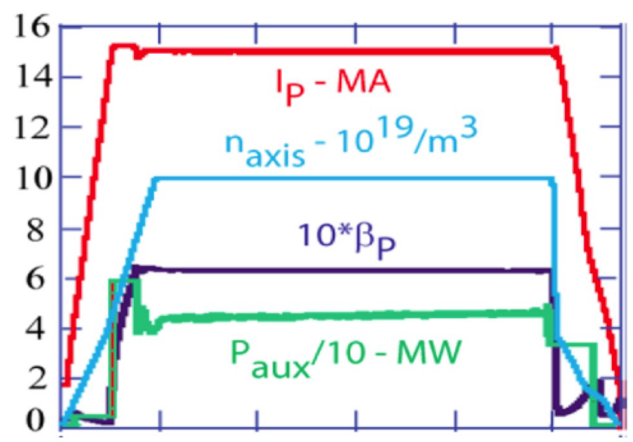
信頼できるシミュレーションツールが必要

プラズマ全体

- コア，周縁，SOL，ダイバータ，壁

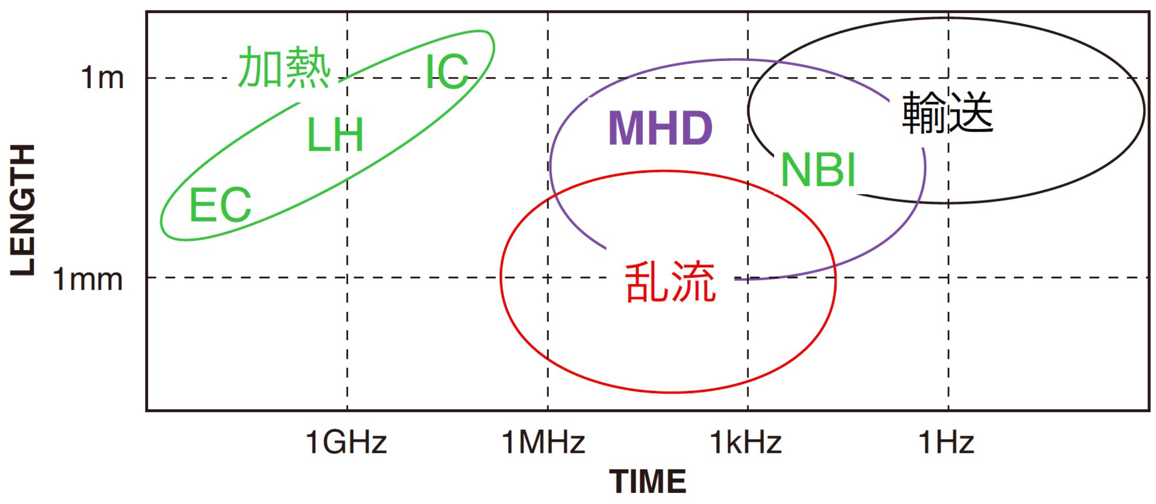
放電時間全体

- 立ち上げ，維持，突発事象，立ち下げ

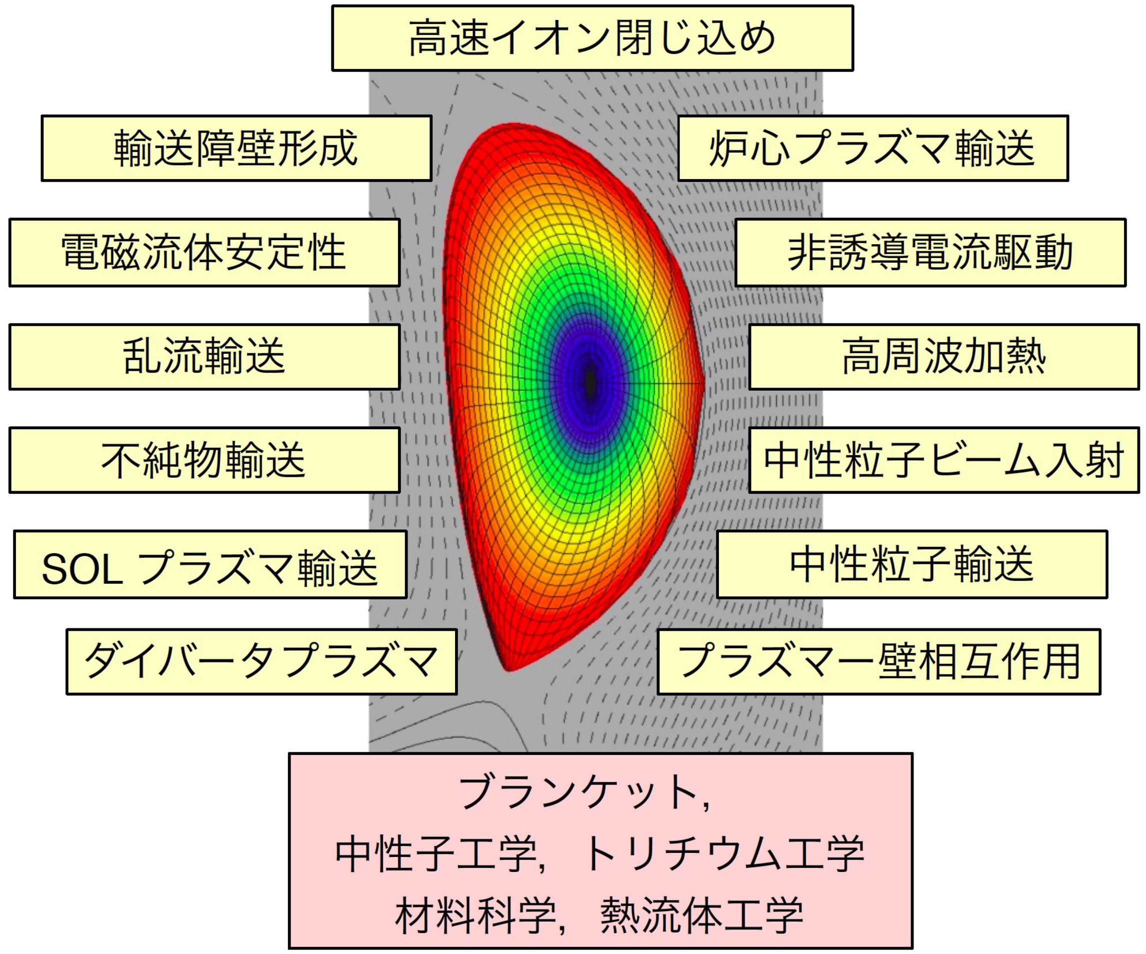


トロイダルプラズマ中のさまざまな現象

幅広い時間・空間スケール



さまざまな現象が密接に結合し，相互作用



トロイダルプラズマのモデリング

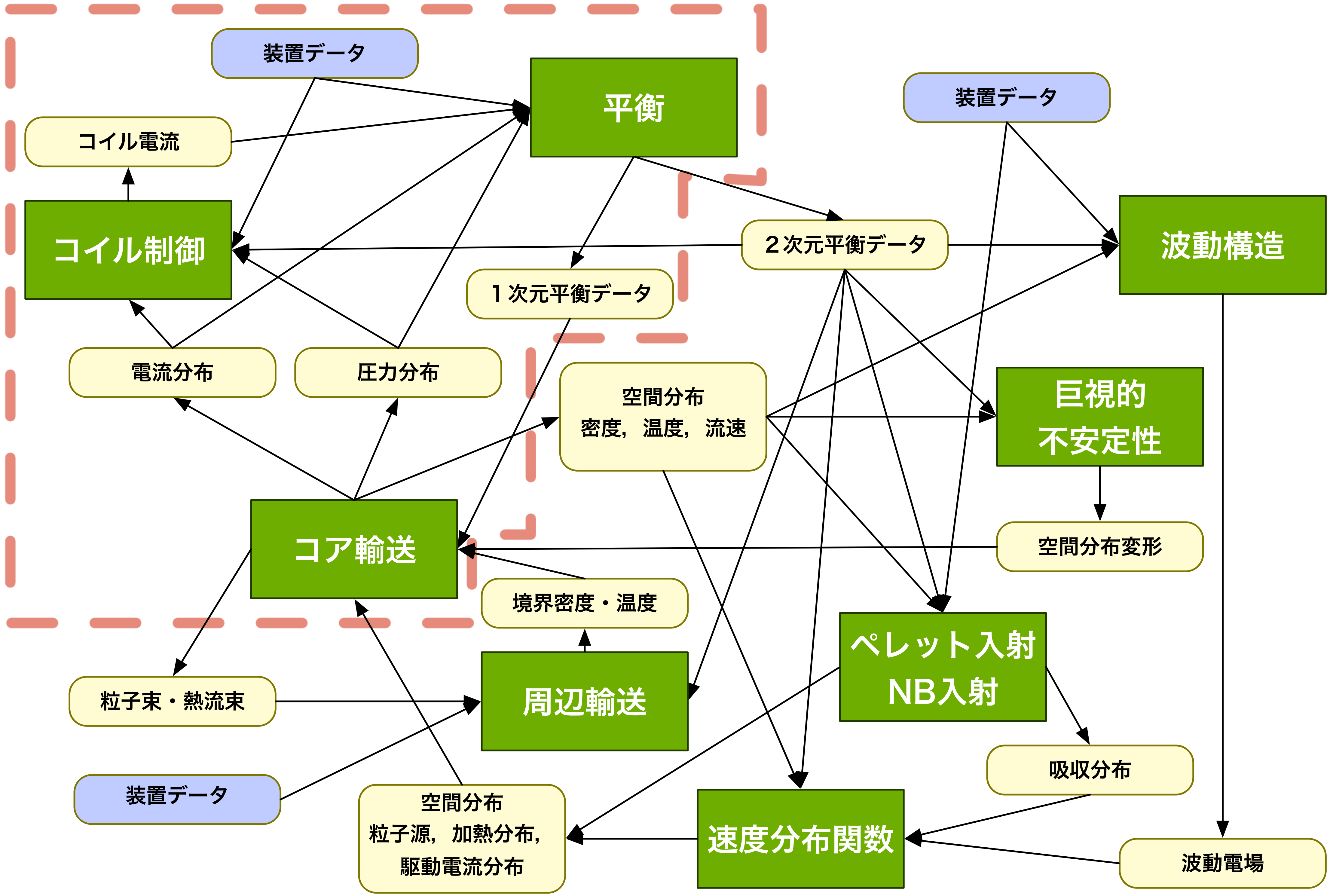
多階層連結

少数のモデルで多様な現象を記述

多要素統合

多数のモデルを結合し現象を記述

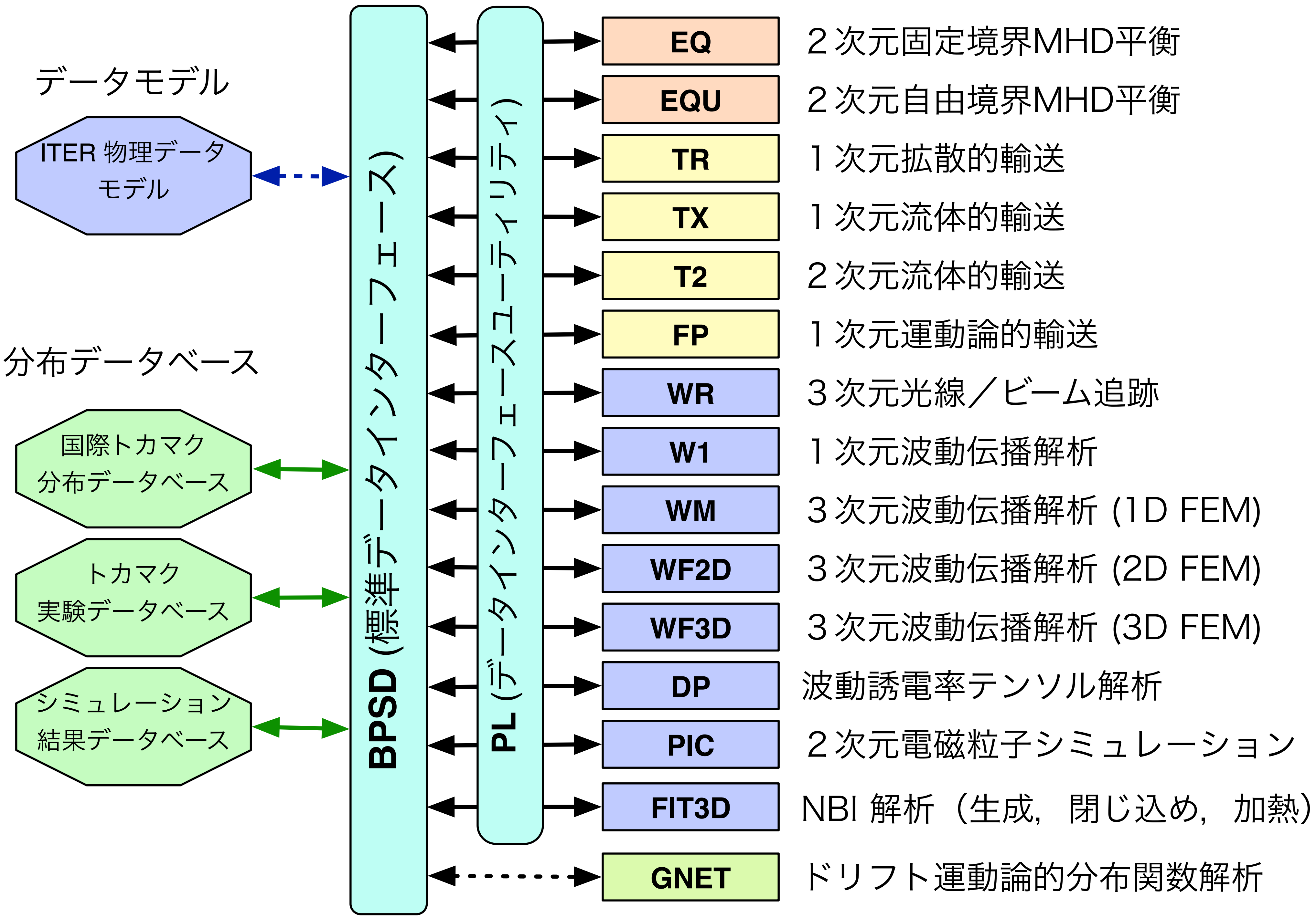
要素モジュール間のデータ交換



統合コードに望まれる機能

- モジュール構造
  - 要素コードの容易な保守（モジュールの追加，更新）
  - さまざまな解析レベルのモジュール（高速，簡易，標準，厳密）
- 統一されたインターフェース
  - 情報交換のためのデータ構造
  - データ交換のためのプログラムインターフェース
  - データ保存のためのファイルインターフェース
  - 習得を容易にするユーザーインターフェース
- 可用性
  - 可搬性：さまざまな計算環境
  - オープンソース：より多くのユーザー，継続性，保守性
  - 可視化：現象の容易な理解
- 高性能化
  - 並列処理：高速化，大規模化

TASK コードの構造


データモデル
ITER 物理データモデル
分布データベース
国際トカマク分布データベース
トカマク実験データベース
シミュレーション結果データベース
BPSD (標準データインターフェース)
PL (データインターフェースユーティリティ)
EQ
2次元固定境界MHD平衡
EQU
2次元自由境界MHD平衡
TR
1次元拡散的輸送
TX
1次元流体的輸送
T2
2次元流体的輸送
FP
1次元運動論的輸送
WR
3次元光線／ビーム追跡
W1
1次元波動伝播解析
WM
3次元波動伝播解析 (1D FEM)
WF2D
3次元波動伝播解析 (2D FEM)
WF3D
3次元波動伝播解析 (3D FEM)
DP
波動誘電率テンソル解析
PIC
2次元電磁粒子シミュレーション
FIT3D
NBI 解析（生成，閉じ込め，加熱）
GNET
ドリフト運動論的分布関数解析

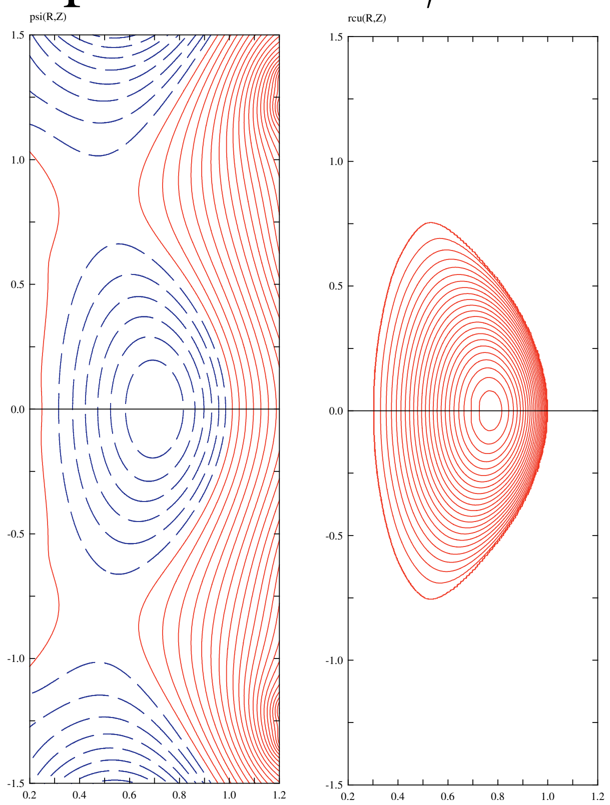
統合トカマクモデリングコード **TASK** の開発

- 波動解析コードの開発
  - **JFT-2M LH** 加熱・電流駆動の解析 (1977) **WR**
  - **ICRF** 加熱の解析：１次元（1983）**W1**
  - **ICRF** 加熱の解析：２次元（1986）**WF2D, WM**
  - 高速イオンの生成（1990）**FP**
  - ３次元波動伝播解析（2003）**WF3D**
- 輸送解析コードの開発
  - 拡散型輸送コード（1992）**TR**
  - 平衡コードとの結合（1992）**EQ**
  - 流体型輸送コード（1994）**TX**
  - ２次元流体型輸送コード（2012）**T2**
- 統合コードとしての開発
  - モジュール間の連携 (1992)
  - 統合データ連係 **BPSD** の開発 (2003)

トカマク MHD 平衡解析

- **TASK/EQ**:固定／自由境界２次元平衡
- **TASK/EQU**:自由境界２次元平衡 **(coded by M. Azumi)**
- **QUEST** の解析例：自由境界平衡
  - $R = 0.64\,\mathrm{m}$, $a = 036\,\mathrm{m}$, $B = 0.64\,\mathrm{T}$, $I_\mathrm{p} = 300\,\mathrm{kA}$, OH+LHCD

$\psi_\mathrm{p}(R, Z)$ $\quad$ j_ϕ



輸送モデリングの階層

- 流体モデル

1D 拡散方程式： $n(\rho, t), T(\rho, t)$	**TR**
2D 拡散方程式： $n(\rho, \chi, t), T(\rho, \chi, t)$	**SONIC, B2**
1D 流体方程式： $n(\rho, t), \boldsymbol{u}(\rho, t), T(\rho, t)$	**TX**
2D 流体方程式： $n(\rho, \chi, t), \boldsymbol{u}(\rho, \chi, t), T(\rho, \chi, t)$	**T2**

- 運動論的モデル

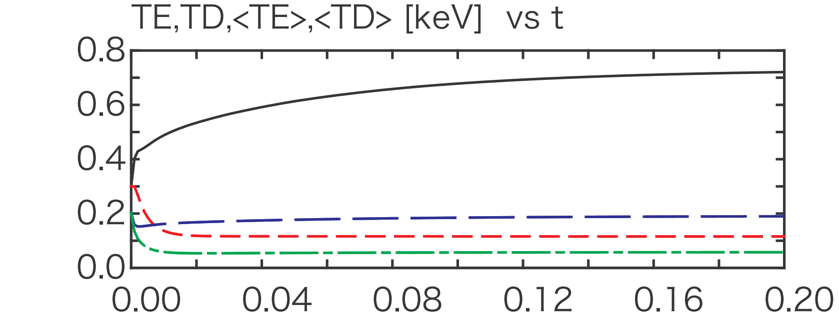
軌道平均ドリフト運動論方程式：$f(p, \theta_{\rm p}, \rho, t)$	**FP**
軸対称ジャイロ運動論方程式：$f(p, \theta_{\rm p}, \rho, \chi, t)$	**XGC0**
ジャイロ運動論方程式： $f(p, \theta_{\rm p}, \rho, \chi, \zeta, t)$	**GT5D, GKV, GYRO**
運動論方程式：$f(p, \theta_{\rm p}, \phi_{\rm g}, \rho, \chi, \zeta, t)$	**PARASOL**

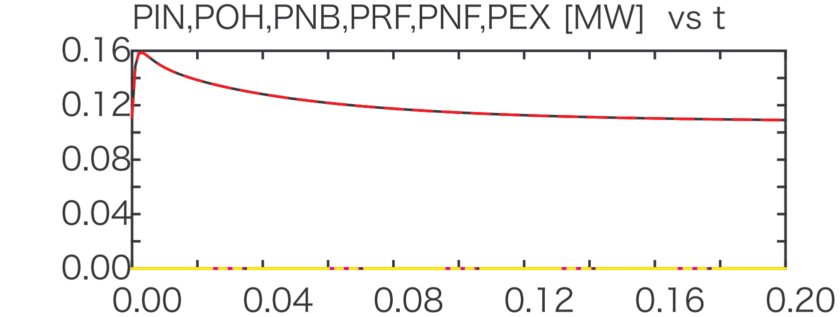
TASK コードにおける輸送モデリング

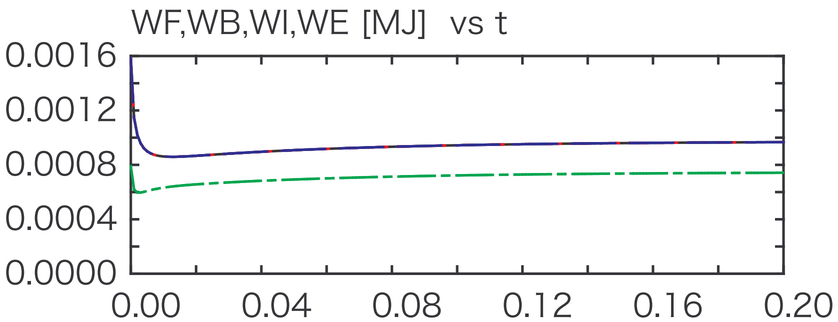
- 拡散型輸送方程式： **TASK/TR**
  - 密度の拡散方程式
  - 勾配に比例する流束（粒子束，運動量束，熱流束）
  - 従来の輸送シミュレーション
- 流体型輸送方程式： **TASK/TX**
  - 密度の連続方程式＋運動方程式
  - 磁気面された多流体方程式＋マクスウェル方程式
  - プラズマ回転，径方向電界，電荷分離，過渡現象
- 運動論的輸送方程式 ： **TASK/FP**
  - 運動量分布関数に対する軌道平均されたドリフト運動論方程式
  - フォッカープランク方程式（衝突，波動による準線形拡散）
  - 運動量分布関数の変形（加熱，電流駆動，磁気面崩壊）

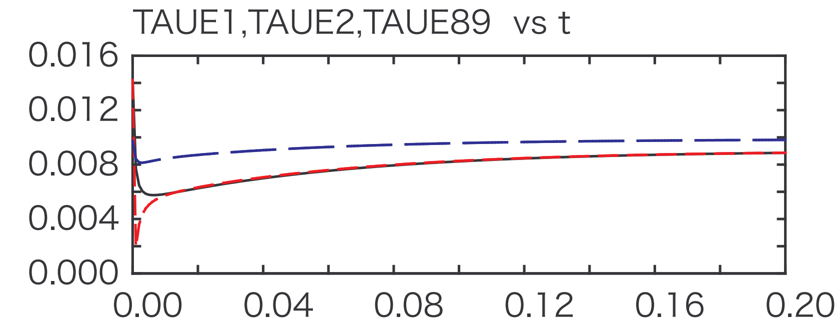
TASK/TR による解析（OH, $10^{19}\ \mathrm{m}^{-3}$, 150 kA）

$T, I, W, \tau_\mathrm{E}(t)$

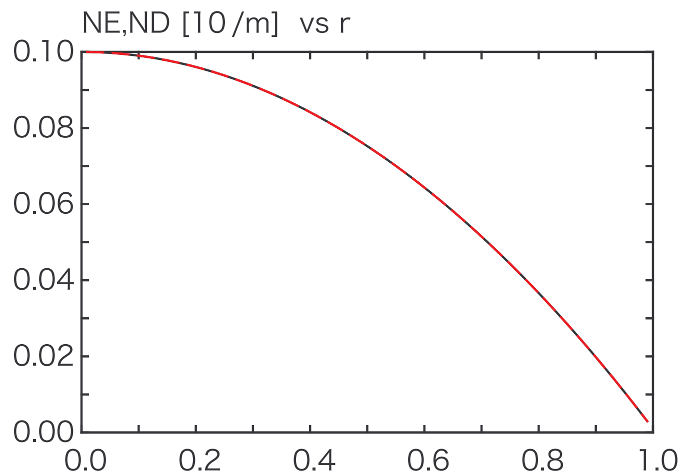


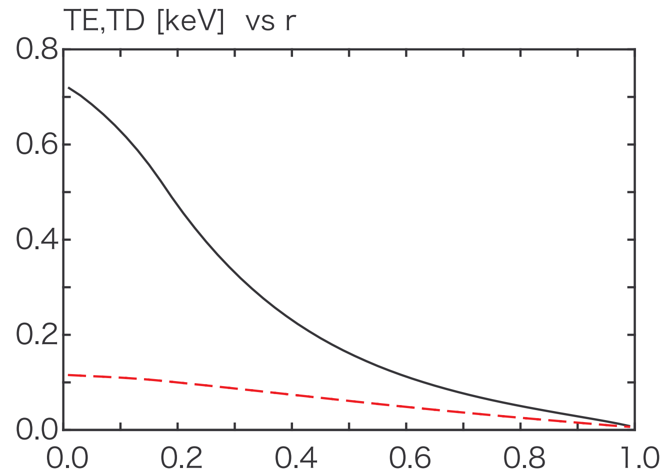




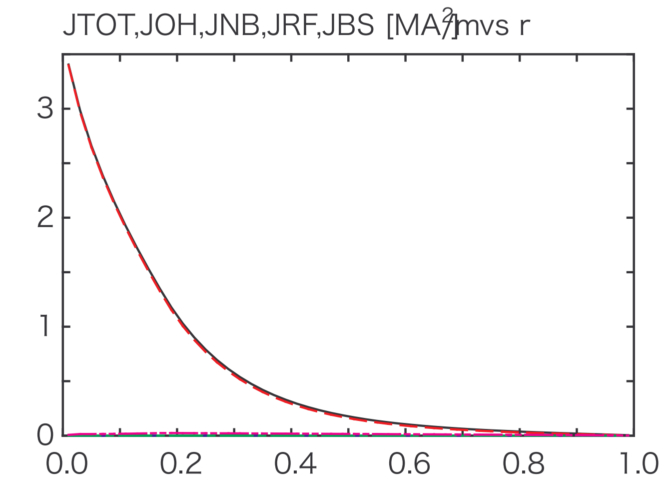


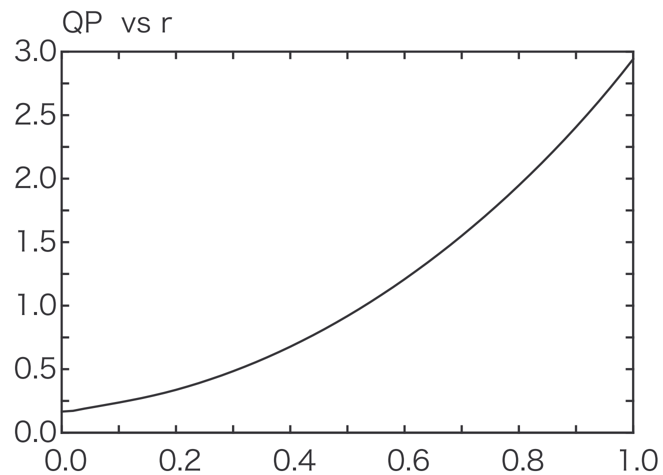
$n, T(\rho)$



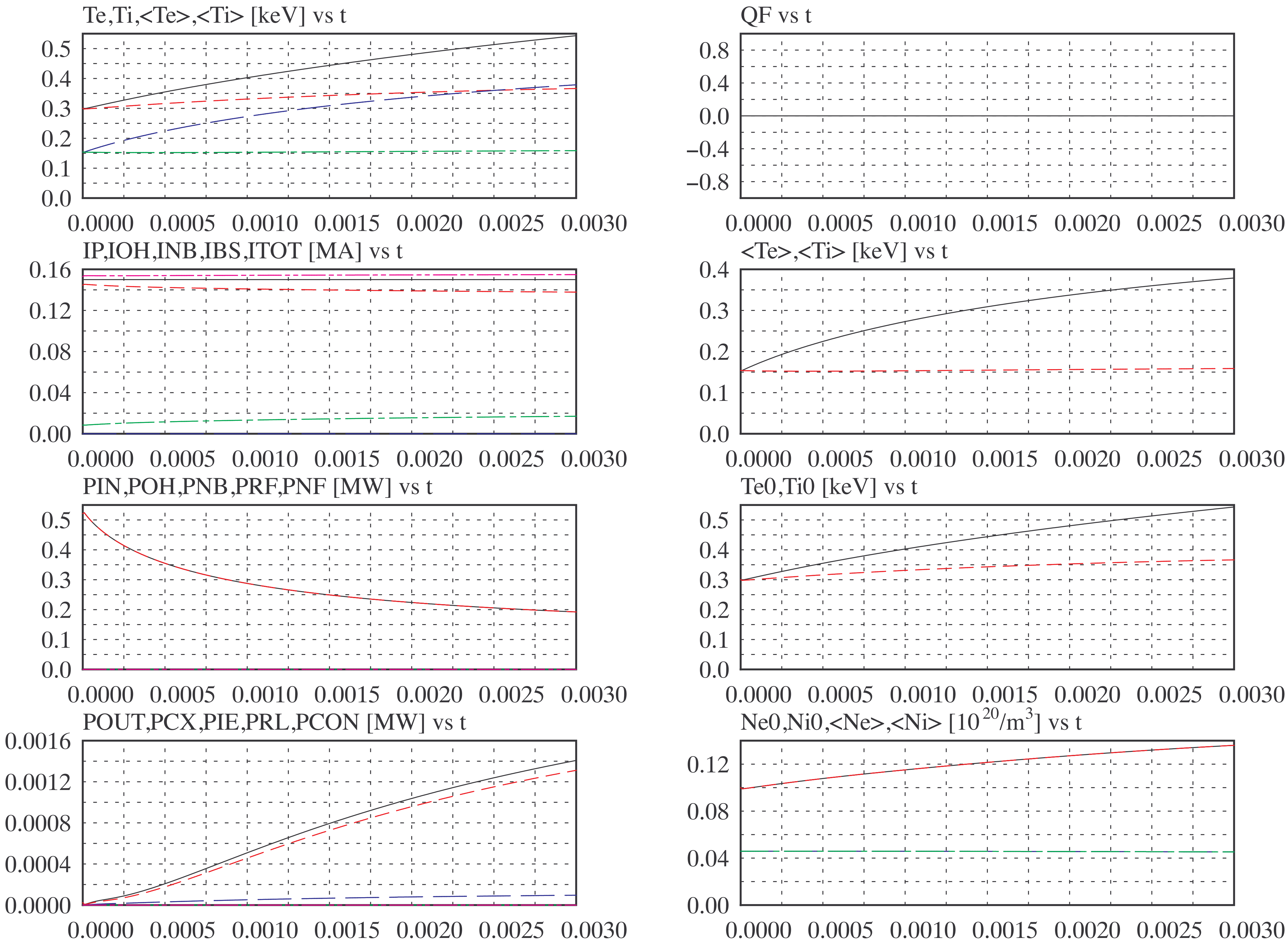


$j, q(\rho)$

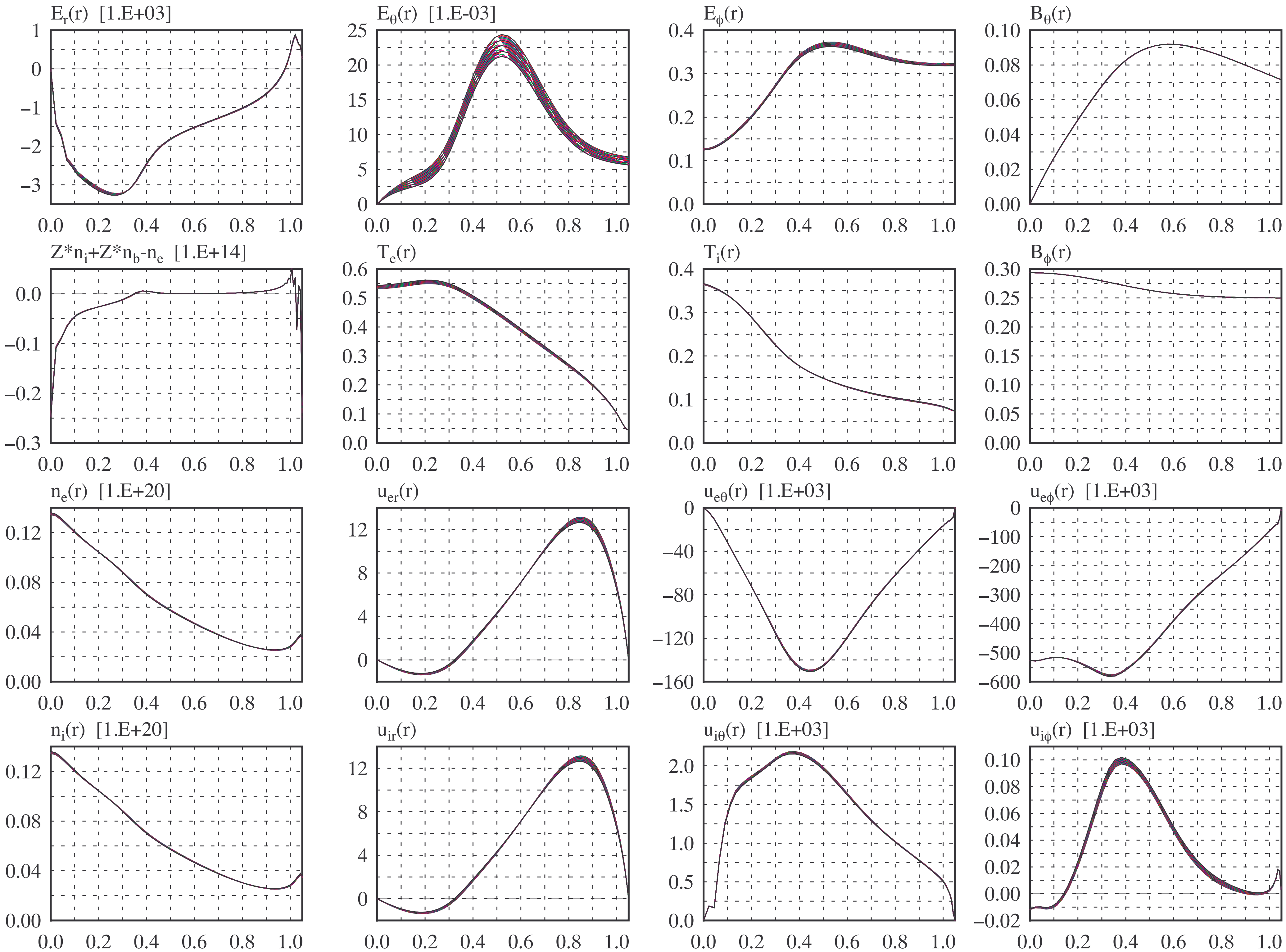




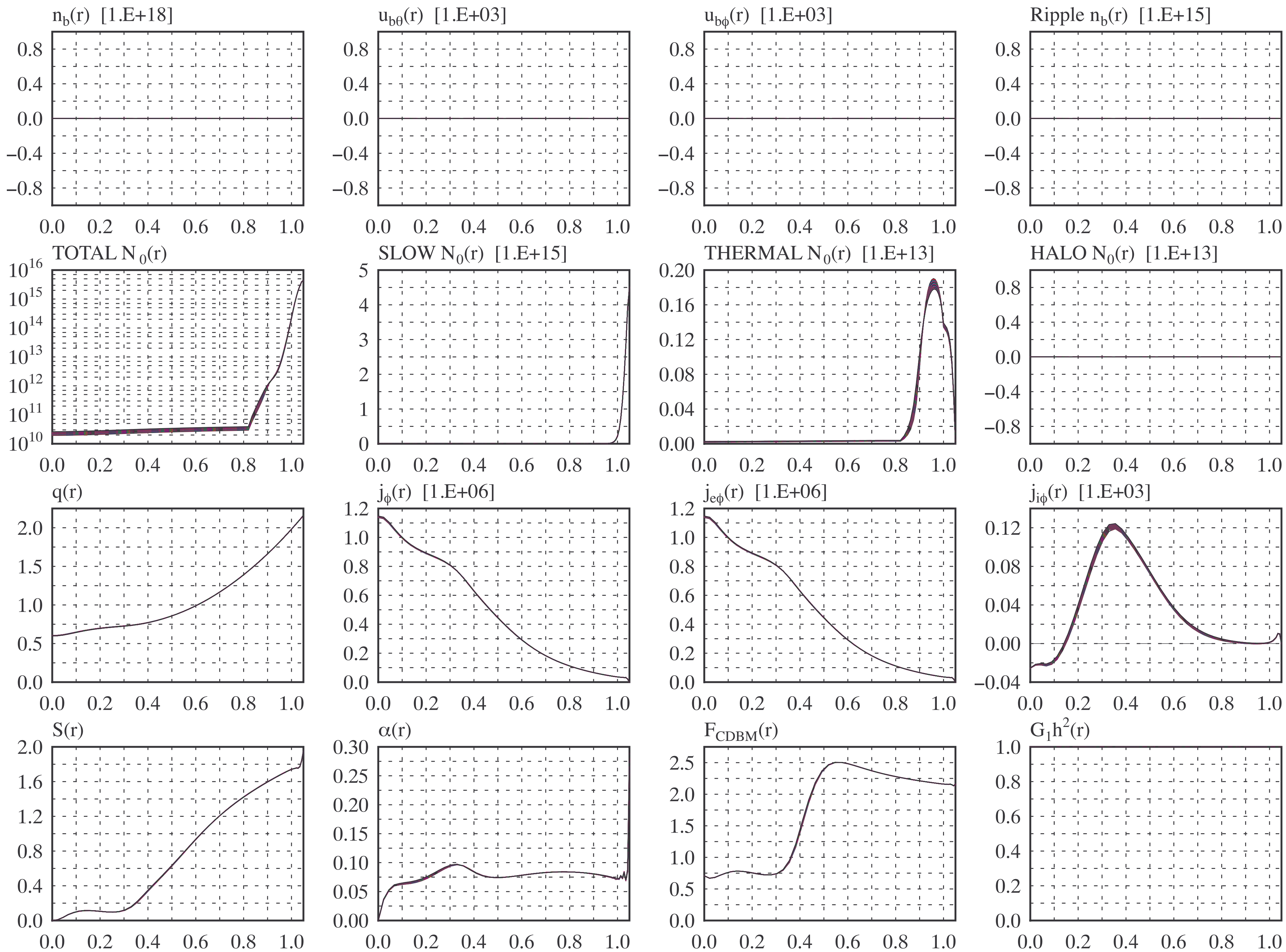
TASK/TX による解析（OH, 150 kA） I



TASK/TX による解析（OH, 150 kA） II



TASK/TX による解析（OH, 150 kA） III



波動光学的解析

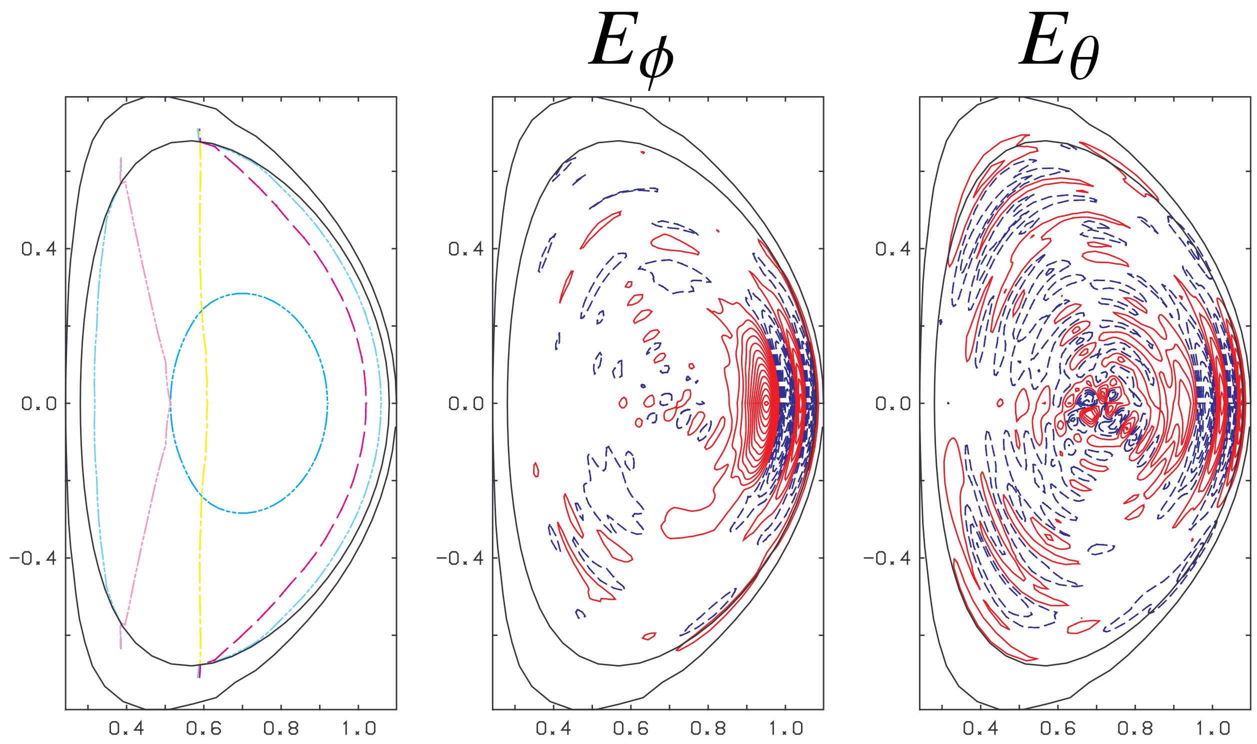
- 角周波数 ω の波動電界に対する **Maxwell** 方程式の境界値問題
  - $\tilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\,\omega t}$：波動電界
  - $\overleftrightarrow{\epsilon}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}',\omega)$： 誘電率テンソル

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{\omega^2}{c^2}\int \mathrm{d}\boldsymbol{r}'\,\overleftrightarrow{\epsilon}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}') + \mathrm{i}\,\omega\mu_0\boldsymbol{j}_{\mathrm{ext}}(\boldsymbol{r})$$

- 長所
  - 媒質の空間変化の特性長よりも長い波長の波を記述できる.
  - 回折現象や遮断領域の透過を記述できる.
  - 有限サイズのアンテナとの結合を記述できる.
  - 定在波の形成を記述できる.
- 短所
  - より多くの計算資源を必要とする.
  - 運動論的効果を取り入れるために工夫が必要
    - 有限ラーモア半径効果
    - 波粒子共鳴相互作用（ランダウ減衰，サイクロトロン減衰）

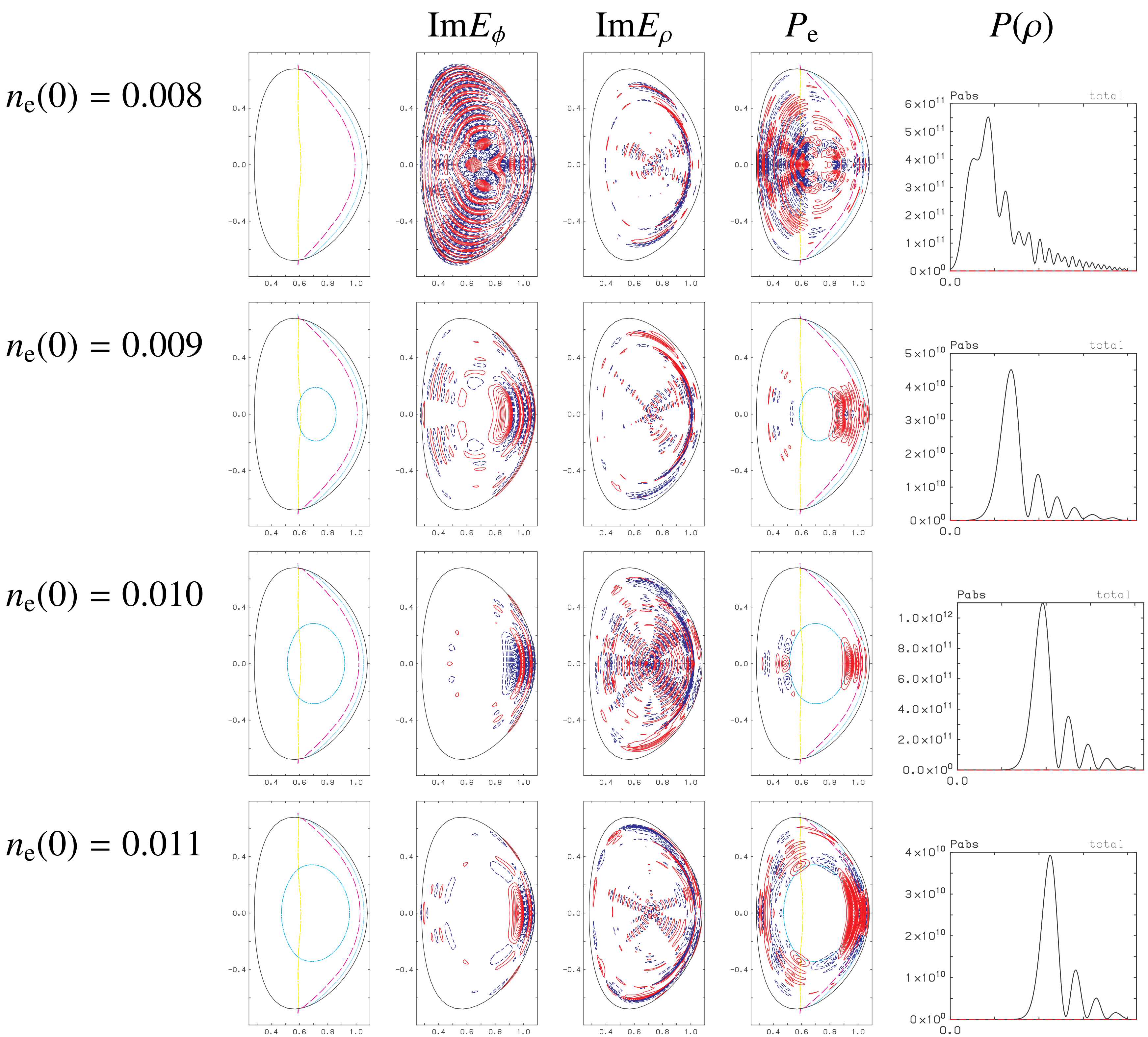
QUEST における EC 波の伝播解析

- **QUEST** Tokamak
  - $R = 0.68\,\mathrm{m}$
  - $a = 0.40\,\mathrm{m}$
  - $B_0 = 0.25\,\mathrm{T}$
  - $I_\mathrm{p} = 0.1\,\mathrm{MA}$
  - $n_{\mathrm{e}0} = 10^{18}\,\mathrm{m}^{-3}$ (very low density)
  - $f = 8.2\,\mathrm{GHz}$
  - $n_{\phi 0} = 66$



- 冷たいプラズマ近似なので，高域混成共鳴で衝突減衰
  - 電子バーンシュタイン波は記述できない

密度依存性: $n_\phi = 0$



ImE_ϕ
ImE_ρ
P_e
$P(\rho)$
$n_e(0) = 0.008$
$n_e(0) = 0.009$
$n_e(0) = 0.010$
$n_e(0) = 0.011$
Pabs
total

波動光学的解析における有限ラーモア半径効果の記述

- 速波近似：
  - 冷たいプラズマ近似を用いて，速波の波数を求め，$k_\perp \rho$ を評価
  - 解析対象が，速波かつ進行波に限られる．
- 微分演算子：TORIC code (Brambilla, IPP)
  - $k_\perp \rho$ について展開し，$\mathrm{i}\rho\partial/\partial r_\perp$ に置き換える．
  - $k_\perp \rho \lesssim 1$ に解析が限られ，実用上二次までの展開に限定される．
- フーリェ変換：AORSA code (Jaeger, ORNL)
  - 不均一方向についてもフーリェ変換し，畳み込み積分を行う．
  - 全てのフーリェ成分が結合するため，必要な計算資源が多い．
- 積分演算子：Sauter(NF, 1992), TASK/W1 code (Fukuyama)
  - 積分形の誘電率テンソル $\int \epsilon(x - x') \cdot E(x')\mathrm{d}x'$ を用いる．
  - 空間的相関が局在しているため，必要な計算資源が比較的少ない．

波-粒子相互作用の積分形による定式化

- 積分形誘電率テンソル：

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, \omega) - \frac{\omega^2}{c^2} \int_V \mathrm{d}\boldsymbol{r}' \overleftrightarrow{\epsilon}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}'; \omega) \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}', \omega) - \mathrm{i}\, \omega \mu_0 \boldsymbol{J}_{\mathrm{ext}}(\boldsymbol{r}, \omega) = \boldsymbol{0}$$

- **Vlasov** 方程式の線形解：

$$f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v}, t) = -\frac{q}{m} \int_{-\infty}^{t} \mathrm{d}t' \left[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}') + \boldsymbol{v}' \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}')\right] \cdot \frac{\partial f_0(\boldsymbol{r}', \boldsymbol{v}')}{\partial \boldsymbol{v}'} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\, \omega t'}$$

- 誘起電流：

$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}) = \int \mathrm{d}\boldsymbol{v}\, q \boldsymbol{v} f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v}, t)\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\, \omega t} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{r}' \overleftrightarrow{\sigma}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}', t - t') \cdot E(\boldsymbol{r}')$$

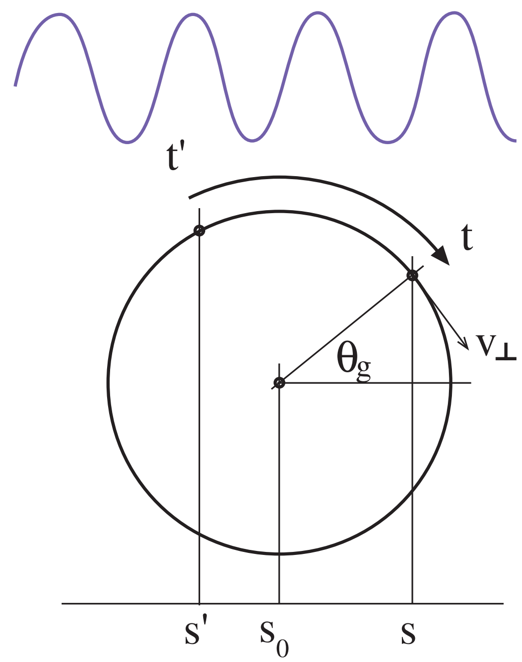
- 非等方マクスウェル速度分布：

$$f_0(s_0, \boldsymbol{v}) = n_0 \left(\frac{m}{2\pi T_\perp}\right)^{3/2} \left(\frac{T_\perp}{T_\parallel}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{v_\perp^2}{2 v_{T_\perp}^2} - \frac{v_\parallel^2}{2 v_{T_\parallel}^2}\right]$$

有限ラーモア半径効果の取り扱い

- 積分変数の変換
  - 速度空間変数 $(v_\perp, \theta_g)$ を実空間変数
    - 過去の粒子位置 s'
    - 旋回中心位置 s_0

    に変数変換



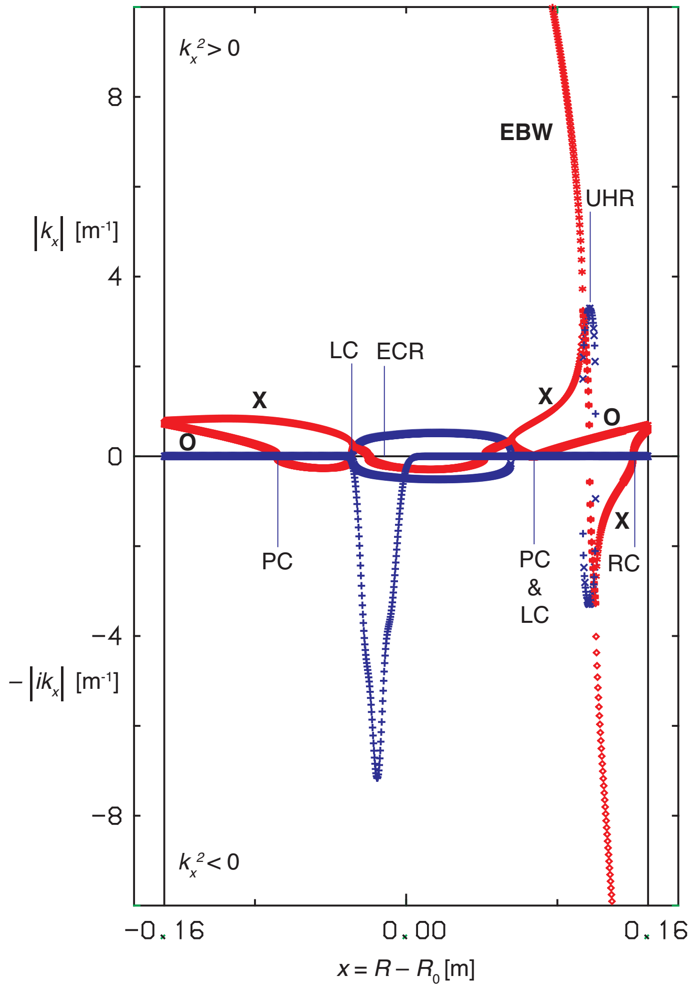
- τ に関する積分: 周期的なサイクロトロン運動についてフーリェ展開
- $v_\parallel$ に関する積分：プラズマ分散関数 $Z[(\omega - n\omega_c)/k_\parallel v_{T_\parallel}]$
- $\theta \equiv \omega_c t$ に関する積分：4 種類の積分核関数に帰着

O-X-B モード変換の１次元解析

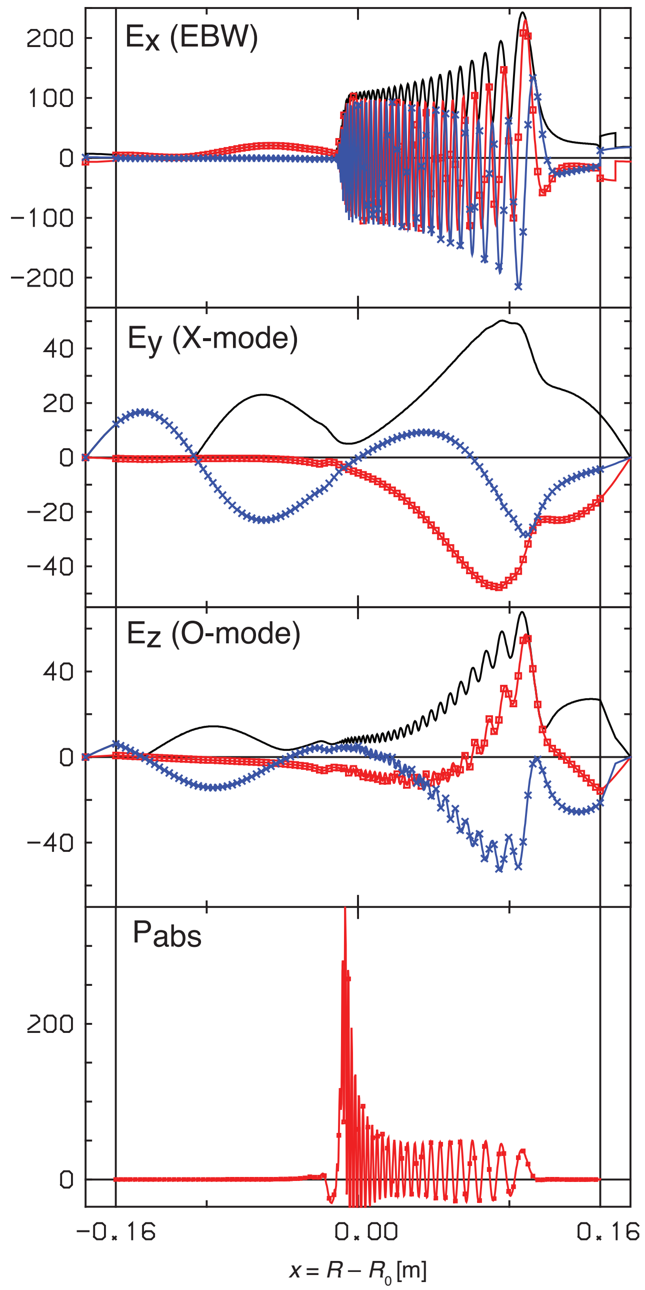
LATE パラメータ

$$R_0 = 0.22\,\mathrm{m}$$
$$a = 0.16\,\mathrm{m}$$
$$B_0 = 0.08\,\mathrm{T}$$
$$n_\mathrm{e}(0) = 1\times 10^{17}\,\mathrm{m}^{-3}$$
$$f = 2.45\,\mathrm{GHz}$$
$$k_\phi = 24\,\mathrm{m}^{-1}$$

分散関係

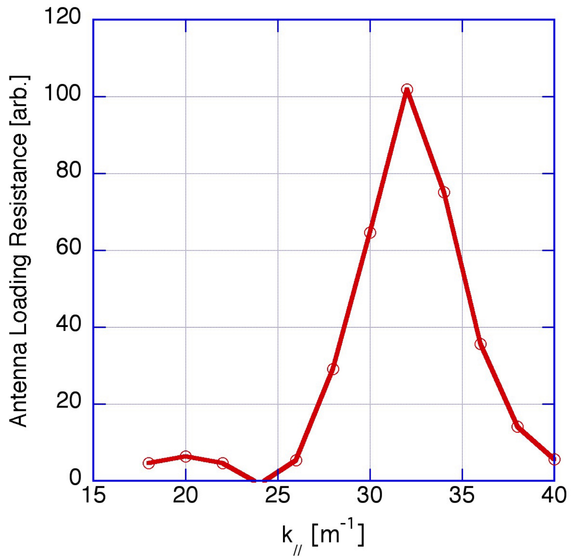


波動電界と吸収パワー密度

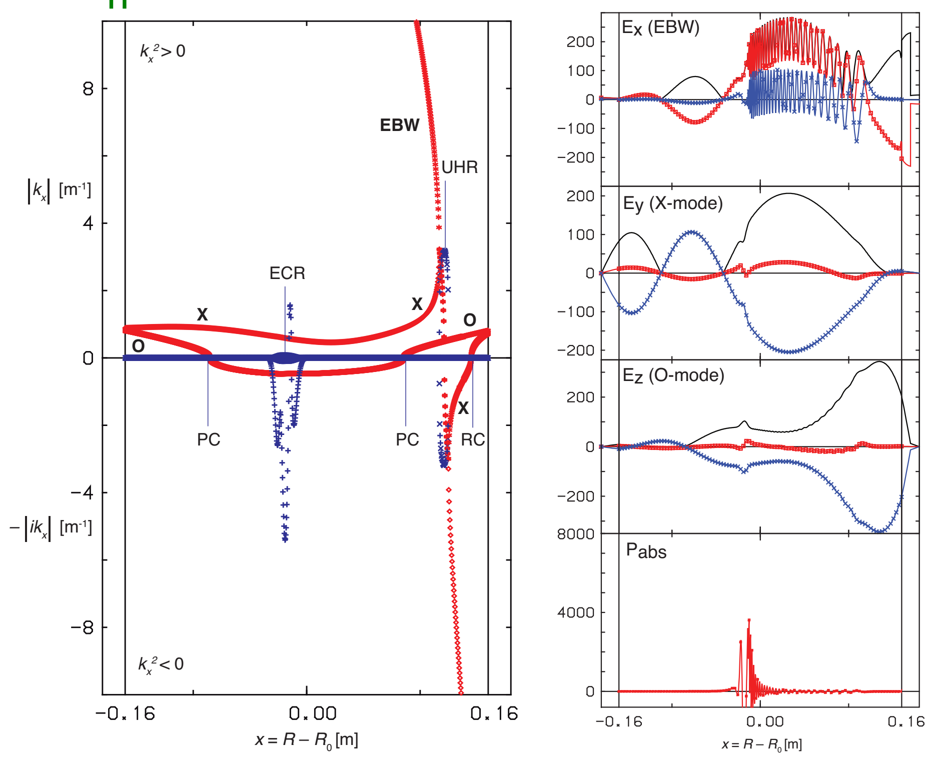


O-X-B モード変換の波数依存性

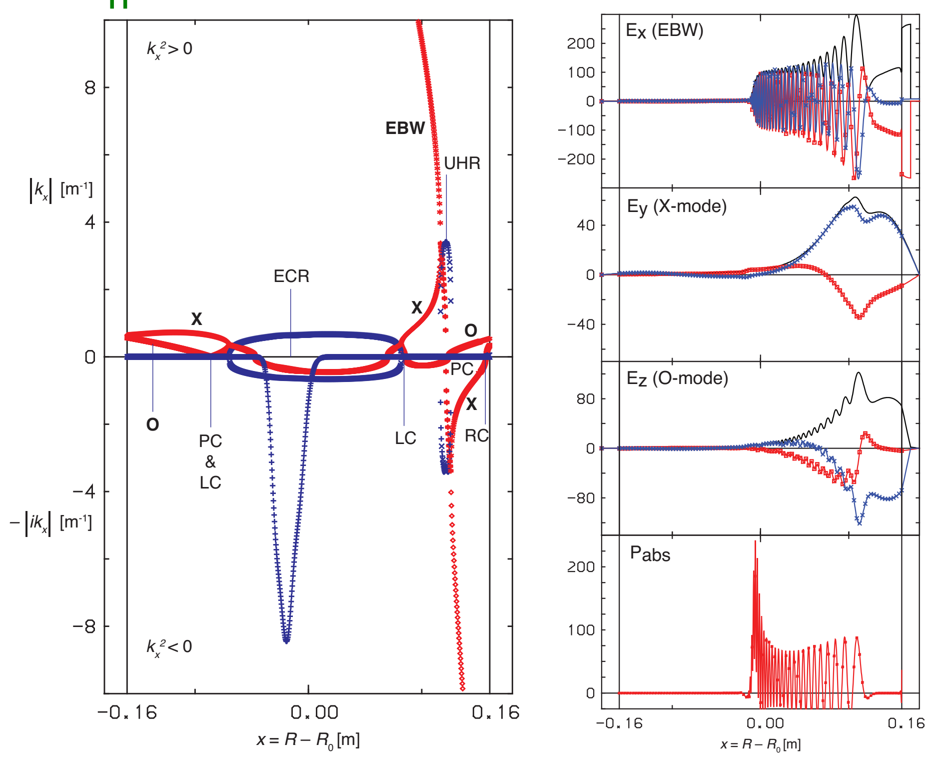
アンテナ負荷抵抗の波数依存性



$k_{\parallel} = 24\,\mathrm{m}^{-1}$



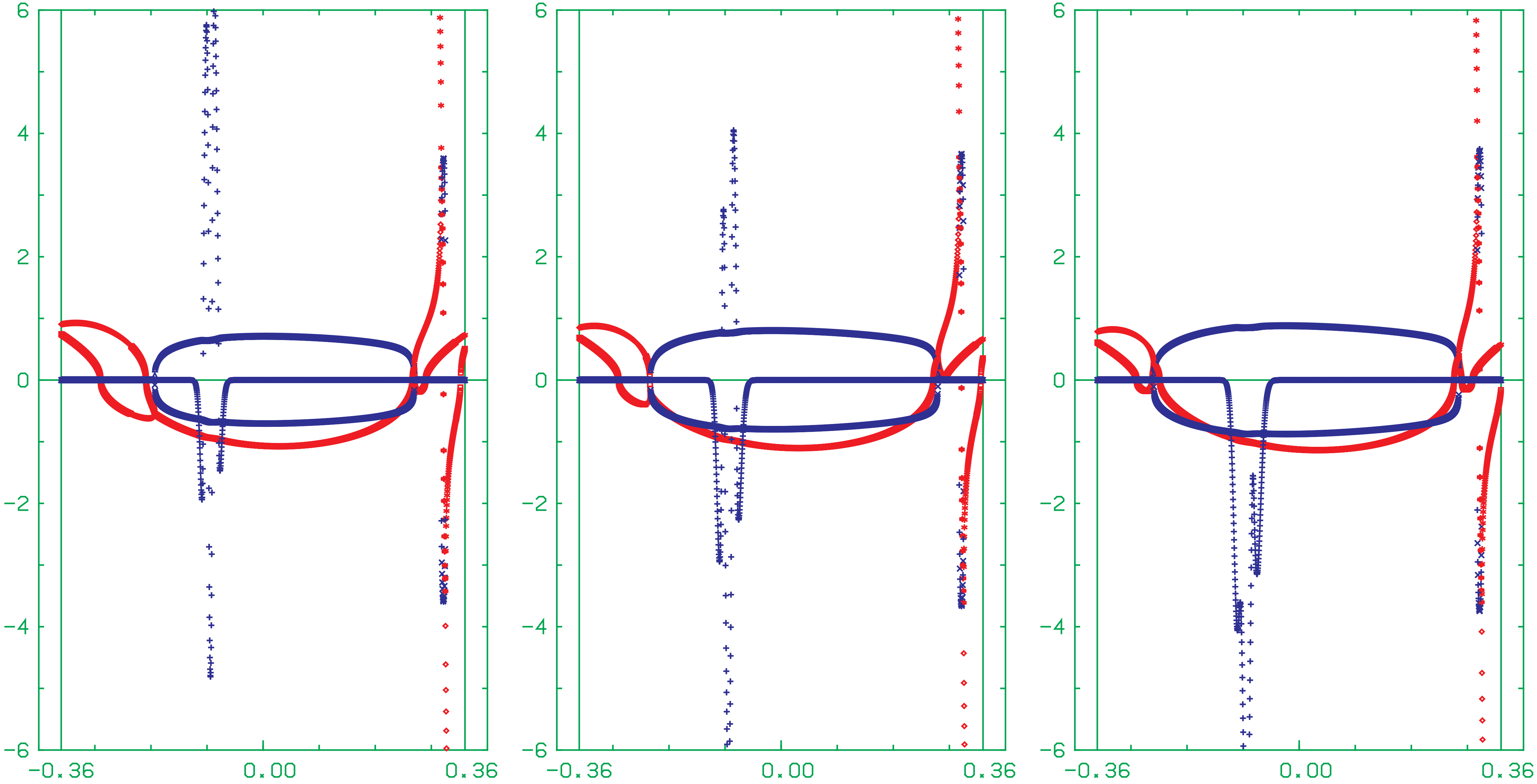
$k_{\parallel} = 40\,\mathrm{m}^{-1}$



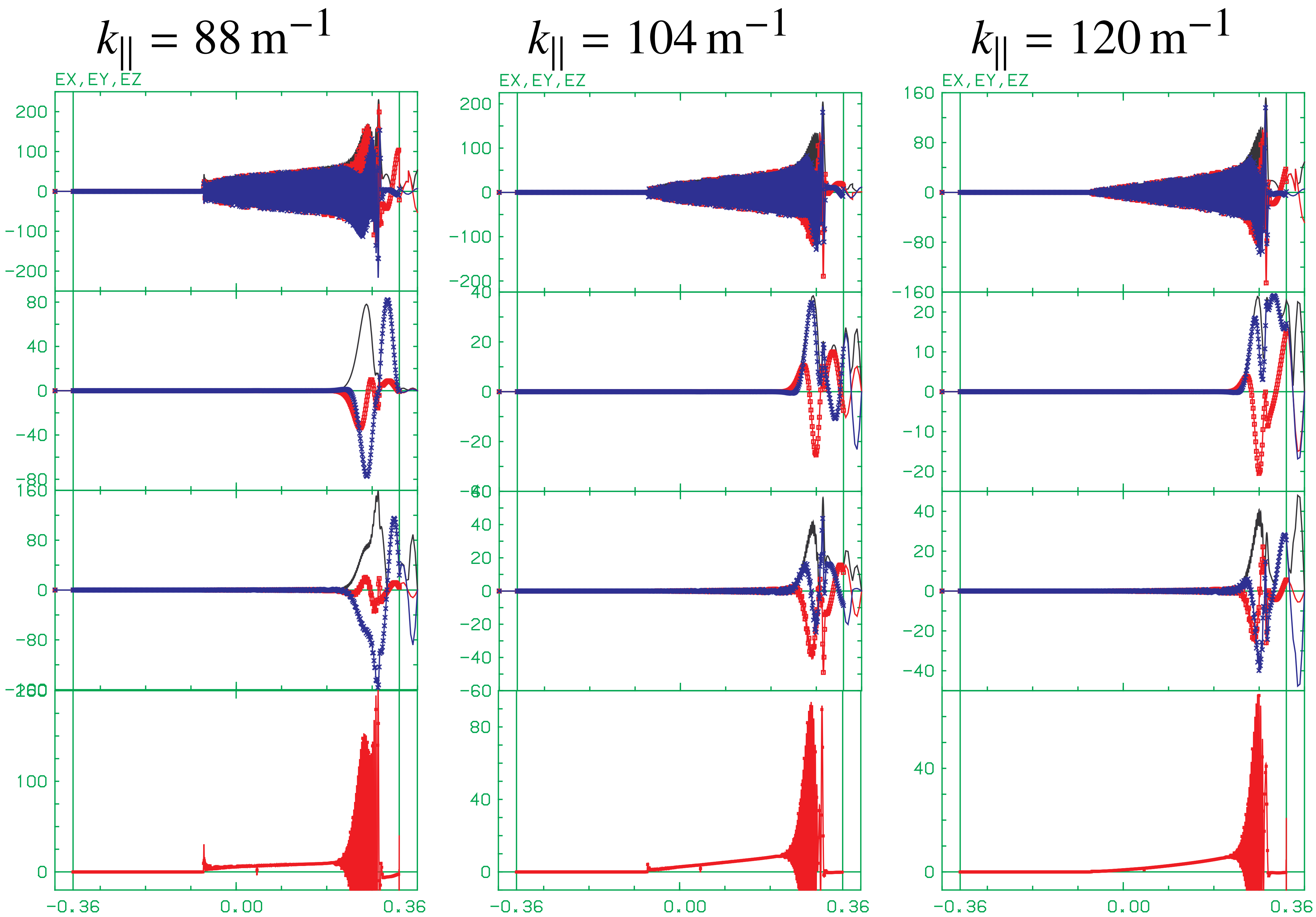
QUEST における O-X-B モード変換の解析例 (I)

$R = 0.64\,\mathrm{m}$, $a = 0.36\,\mathrm{m}$, $B_0 = 0.25\,\mathrm{T}$, $n_{e0} = 2 \times 10^{18}\,\mathrm{m}^{-3}$, $f = 8.2\,\mathrm{GHz}$

$k_{\parallel} = 88\,\mathrm{m}^{-1}$ $k_{\parallel} = 104\,\mathrm{m}^{-1}$ $k_{\parallel} = 120\,\mathrm{m}^{-1}$

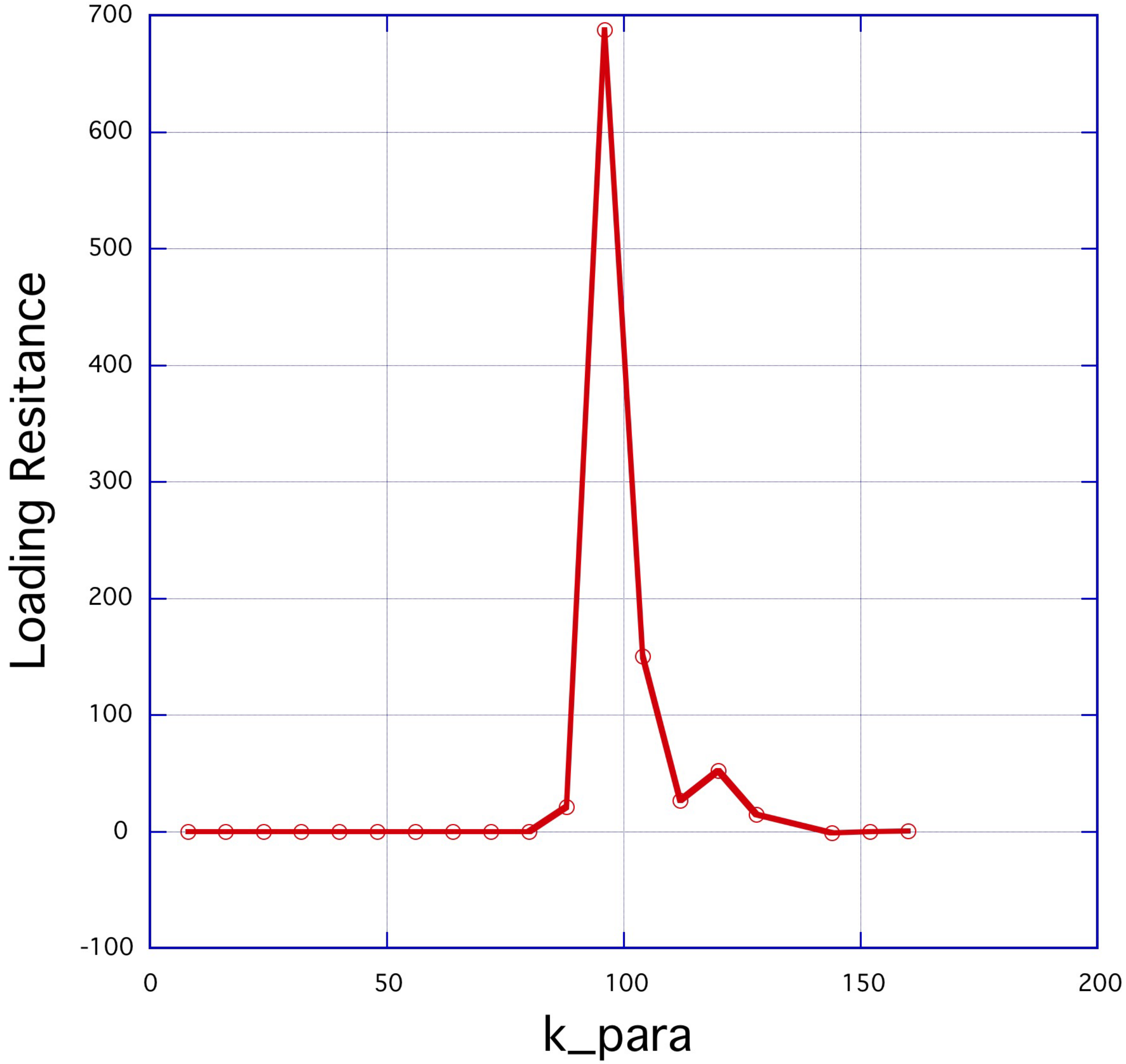


QUEST における O-X-B モード変換の解析例 (II)



QUEST における O-X-B モード変換の解析例 (III)

アンテナ負荷抵抗の磁力線方向波数依存性（入射角依存性）



まとめ)

- 統合トカマクコード **TASK** による QUEST の解析が進行中である.
- **CDBM** 乱流輸送モデルを用いた輸送シミュレーション
  - 密度を固定した拡散型輸送シミュレーション TASK/TR
    - オーミック加熱：高い電子温度, 低いイオン温度
  - 密度発展を含めた流体型輸送シミュレーション TASK/TX
    - ピークした密度分布
- 電子サイクロトロン波の伝播・加熱解析
  - フーリェ展開による波動光学的伝播・吸収解析 TASK/WM
    - 伝播の密度依存性, 強磁場側からの回り込み
  - 積分形誘電率テンソルを用いた波動伝播・吸収解析 TASK/W1
    - O-X-B モード変換, サイクロトロン共鳴加熱

今後の課題

- 輸送モデリング
  - 中性粒子輸送や壁との相互作用を含めた粒子輸送シミュレーション **TASK/TX**
- 波動加熱モデリング
  - 電子バーンシュタイン波へのモード変換を含めた２次元波動伝播解析 **TASK/WF2D**
  - 波動伝播解析と速度分布関数解析を組み合わせた加熱・電流駆動解析 **TASK/FP**